Exercice 1 :

Dans une entreprise, la distribution des salaires des ouvriers est distribuée selon le tableau suivant :

Salaire en Dh	Effectif
[2000-3000[	10
[3000-4000[	20
[4000-5000[	30
[5000-6000[	20
[6000-xn[	10

1) – Déterminer la valeur supérieure de la distribution sachant que l'étendue est de 6000 ?
2) – Déterminer la médiane et la moyenne.
3) – Calculer l'intervalle interquartile, interpréter le résultat.
4) – Calculer la variance et l'écart-type.
5) – Sachant que le salaire d'un cadre est trois fois le salaire d'un ouvrier. Calculer la moyenne et l'écart-type de la distribution des salaires des cadres.

Correction 1 :

1) – La valeur supérieure de la distribution :
On a l'étendue est de 6000 : Xn – 2000 = 6000 → Xn = 8000.

Salaire en Dh	Effectif	Centre classes xi	xini	ni cumulé	xini cumulé	xi²ni (en milliers)
[2000-3000[	10	2500	25000	10	25000	62500
[3000-4000[	20	3500	70000	30	95000	245000
[4000-5000[	30	4500	135000	60	230000	607500
[5000-6000[	20	5500	110000	80	340000	605000
[6000-8000[	10	7000	70000	90	410000	490000
Total	90		410000			2010000

2) – La médiane et la moyenne.
La moyenne = 410000/90=4555,55.
La médiane correspond à la moitié de l'effectif cumulé : Me →N/2=90/2=45.
La médiane appartient à la classe [4000-5000[.
Me = 4000+ (5000-4000).[(45-30)/60-30)] = 30+1000.15/30= 4500.
La médiale correspond à la moitié de la masse globale:
Ml →∑xini/2=410000/2=205000
Ml appartient à la classe [4000-5000[
Ml = 4000+ (5000-4000).[(205000-95000)/230000-95000)]
Ml = 4000+1000.110000/135000
Ml = 4814,81

3) – L'intervalle interquartile :
IQ = Q3 – Q1 Détermination de Q1 et Q3 :
Q1 → N/4=90/4= 22,5. Q1 appartient à la classe [3000-4000[.
Q1=3000+(4000-3000).[(22,5-10)/(30-10)= 3625
Q3→ 3N/4=67,5. Q3 appartient à la classe [5000-6000[.
Q3=5000+(6000-5000).[(67,5-60)/(80-60)= 5375
IQ = 5375 – 3625 = 1750.
IQ signifie que 50% des données sont distribuées sur une distance de 1750.

4) – Calcul de la variance et de l'écart-type.
V(x)= (∑xi²ni/N) – nx²= 2010000 000/90 – 4555,55².
V(x)= 22333333,33 – 20753035,80 = 1580297,53.
σ(x) = √V(X) = √1580297,53 = 1257,09.

5) Soit Y le salaire des cadres : Y = 3X.
La moyenne de Y est : Y = 3. 4555,55= 13666,65
L'écart-type de Y est : $\sigma(y)= \sqrt{(1580297{,}53+1580297{,}53+1580297{,}53)}$
$\sigma(y)= \sqrt{3}.\sqrt{1580297{,}53}) = 2177{,}34$.

Exercice :

Dans une école, la distribution du poids des élèves garçons a été comme suit :

Poids en kg	Effectif
[45-50[	5
[50 - 60[	15
[60 - 70[	25
[70 - 80[	20
[80 - 85[	5

1) – Calculer la médiane et la moyenne de cette distribution. Que mesurent ces deux caractéristiques ?
2) – Calculer l'intervalle interquartile, interpréter le résultat.
3) – Calculer la variance et l'écart-type. Que mesurent ces deux caractéristiques ?
4) – Calculer la moyenne et l'écart-type du poids des élèves filles dans l'école. (Le poids d'une fille représente le ¾ du poids d'un garçon)

Correction :

Poids en kg	Effectif	xi, centres de classes	nixi	xi²	nixi²	ni cumulé
[45-50[	5	47,5	237,5	2256,25	11281,25	5
[50 - 60[	15	55	825	3025	45375	20
[60 - 70[	25	65	1625	4225	105625	45
[70 - 80[	20	75	1500	5625	112500	65
[80 - 85[	5	82,5	412,5	6806,25	34031,25	70
	70		4600		308812,5	

1 – Médiane et moyenne :

$Me \rightarrow N/2 = 70/2 = 35$ $Me \rightarrow [60 - 70[$

$Me = 60 + (70 - 60).\dfrac{35 - 20}{45 - 20} = 66$

$X = \sum xini/N = 4600/70 = 65{,}714$

Ces deux caractéristiques permettent de mesurer la tendance centrale des données.

2 – L'intervalle interquartile IQ :

$Q1 \rightarrow N/4 = 70/4 = 17{,}5 \rightarrow [50 - 60[$

$Q1 = 50 + (60 - 50).\dfrac{17{,}5 - 5}{20 - 5} = 58{,}33$

$Q3 \rightarrow 3N/4 = 210/4 = 52{,}5 \rightarrow [70 - 80[$

$Q1 = 70 + (80 - 70).\dfrac{52{,}5 - 45}{65 - 45} = 73{,}75$

$IQ = 73{,}75 - 58{,}33 = 15{,}42$

Le poids de 50% des étudiants s'étend sur un intervalle de distance 15,42.

3 – La variance et l'écart-type :

$V(X) = \sum nixi^2/N - x^2 = (308812{,}5/70) - (65{,}714)^2 = 4411{,}61 - 4318{,}33 = 93{,}28$

$\sigma(x) = \sqrt{93{,}28} = 9{,}658$

Ces deux caractéristiques permettent de mesurer la dispersion des données de la distribution au tour de la moyenne.

4 – Soit y le poids des filles : $y = 3/4x$

Moyenne de Y = ¾ moyenne x = ¾. 65,714 = 49,2855

Variance $V(Y) = V(3/4.X) = (3/4)^2.V(X)$
$= 9/16.\ 93{,}28 = 52{,}47$

$\sigma(Y) = \sqrt{52{,}47} = 7{,}24$

Exercice :

La répartition des salariés selon l'ancienneté dans une entreprise est donnée dans le tableau suivant :

Ancienneté en années	Effectif
[5 – 10[	10
[10 – 20[	15
[20 – 30[	35
[30 – 40[	20
[40 – 45[	20

1 – Quel est le caractère étudié ? Par quelle graphique on peut le représenter ?
2 – Calculer la moyenne, la médiane, la médiale et la variance.
3 – Déterminer l'intervalle interquartile et donner sa signification.
4 – Tracer la courbe de concentration (Courbe de Lorentz) et calculer l'indice de GINI. Quelle conclusion peut-on tirer sur la concentration.

Correction :

1 – Caractère étudié : Ancienneté des salariés
Représentation graphique : Histogramme.

2 – Calcul de la moyenne, la médiane, la médiale et la variance.

Ancienneté en années	Effectif ni	Centres de Classes xi	xi.ni	ni cumulé Croissant	xi.ni cumulé croissant	xi²ni
[5 – 10[	10	7,5	75	10	75	562,5
[10 – 20[	15	15	225	25	300	3375
[20 – 30[	35	25	875	60	1175	21875
[30 – 40[	20	35	700	80	1875	24500
[40 – 45[	20	42,5	850	100	2725	36125
Total	100		2725			86437,5

Moyenne : (2725/100) = 27,25

Médiane : Correspond à 100/2 = 50 appartient à la classe [20 – 30[.

Me = 20 + (30-20).[(50-25)/60-25)] = 20 + 10.(25/35) = 27,14

Médiale : Correspond à 2725/2 = 1362,5 appartient à la classe [30 – 40[.

Ml = 30 + (40-30).[(1362,5-1175)/1875-1175)]= 30 + 10.(187,5/700) = 32,68.

Variance : $V(x) = (\sum x_i^2 n_i)/N - \bar{x}^2 = (86437{,}5/100) - (27{,}25)^2 = 864{,}375 - 742{,}56 = 121{,}815$

Ecart-type : $\sigma(x) = 11{,}04$.

3 – L'intervalle interquartile : Q3 – Q1

Q1 correspond à 100/4 = 25 appartient à la classe [10 – 20[donc Q1 = 20

Q3 correspond à 100 (3/4) = 75 appartient à la classe [30 – 40[.

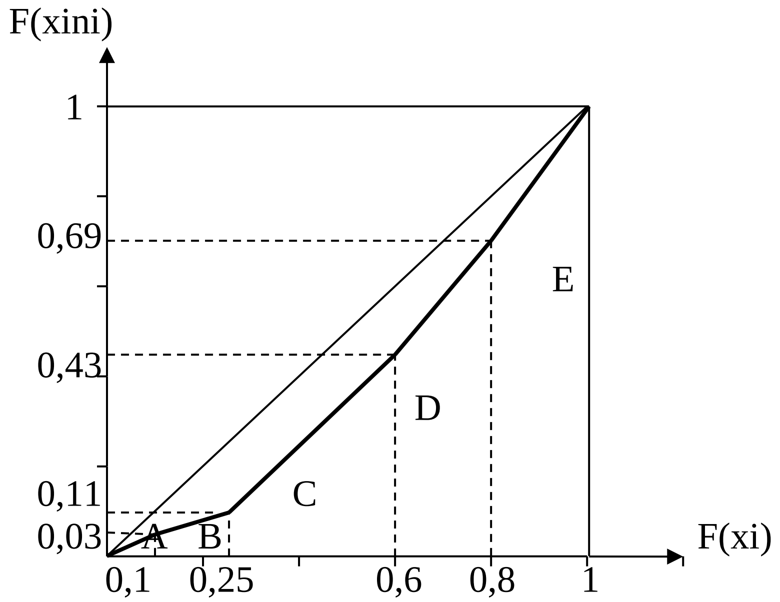
Q3 = 30 + 10.(75-60)/(80-60) = 37,5

Q3 – Q1 = 37,5 – 20 = 17,5.

50% des salariés ont une ancienneté qui s'étend sur un intervalle de 17,5 ans.

4 – Courbe de concentration (Courbe de Lorentz) et indice de GINI.

Classes	Effectifs	fi	F(xi)	xini	f(xini)	F(xini)
[5 – 10[	10	0,1	0,1	75	0,03	0,03
[10 – 20[	15	0,15	0,25	225	0,08	0,11
[20 – 30[	35	0,35	0,6	875	0,32	0,43
[30 – 40[	20	0,2	0,8	700	0,26	0,69
[40 – 45[	20	0,2	1	850	0,31	1
Total	100	1		2725	1	



Indice de Gini = $\frac{\text{Aire de concentration}}{\text{Aire du triangle}}$

Aire du triangle est = $\frac{(1x1)}{2} = \frac{1}{2}$

Aire de concentration est = $\frac{1}{2}$ – Aire(A+B+C+D+E)

Aire de A = [(0,1+0,03)/2] = 0,065.
Aire de B = [(0,25 – 0,1)(0,03+0,11)]/2 = 0,0105.
Aire de C = [(0,6 – 0,25)(0,11+0,43)]/2 = 0,0945.
Aire de D = [(0,8 – 0,6)(0,43+0,69)]/2 = 0,112.
Aire de E = [(1 – 0,8)(0,69+1)]/2 = 0,169.
Aire de concentration = 0,5 – [0, 065+0,0105+0,0945+0,112+0,169]
= 0,5 – 0,451 = 0,049.

Indice de Gini = $\frac{0,049}{½}$ = 0,098.

Indice de Gini est proche de 0 ce qui signifie que la concentration est faible.

Exercice :

Soit la distribution suivante des salaires des ouvriers dans une entreprise (salaires en dirhams) :

Classes des salaires	Effectif des ouvriers
[2000-2500[	30
[2500-3000[	50
[3000-3500[	70
[3500-4000[	30
[4000-xn[	20

1 – Déterminez la valeur supérieure de la dernière classe sachant que l'étendue est de 2500.
2 – Déterminez les valeurs médiane et moyenne de la distribution des salaires. Que mesurent ces deux caractéristiques
3 – Déterminez la variance et l'écart-type de la distribution des salaires.
4 – L'entreprise souhaite éliminer les 25% petites salaires et les 25% grands salaires. Quel intervalle de salaires permet de réaliser cet objectif ?
5 – Tracez la courbe de Lorentz. Interprétez le graphique.

Correction

Classes des	ni	xi	nixi	xi²	nixi²	ni→	nixi→
[2000-2500[	30	2250	67500	5062500	151875000	30	67500
[2500-3000[	50	2750	137500	7562500	378125000	80	205000
[3000-3500[	70	3250	227500	10562500	739375000	150	432500
[3500-4000[	30	3750	112500	14062500	421875000	180	545000
[4000-xn[	20	4250	85000	18062500	361250000	200	630000
Total	200		630000		2052500000		

1- Borne supérieure est 4500.

2- Calcul de la moyenne : x = 630000/200 = 3150

La médiane correspond à la moitié de l'effectif cumulé : Me →200/2= 100.

La médiane appartient à la classe [3000-3500[. Par interpolation linéaire on aura :

Me = 3000+ (3500-3000).[(100-80)/150-80)] = 3000+500.(20/70) donc Me = 3142,86

La moyenne et la médiane donnent une idée sur la tendance centrale des données de la distribution.

3 – Calcul de la variance et de l'écart-type.

$V(x)= (\sum xi^2 ni/N) – x^2= (2052500000/200) – (3150)^2= 10262500 – 9922500 = 340000$

$\sigma(x) = \sqrt{340000} = 583,09$

4 – Les quartiles Q1 et Q3 permettent d'éliminer les 25% inférieurs et les 25% supérieurs.

Q1 correspond à N/4 = 200/4 = 50, Il appartient à la classe [2500-3000[

Q1= 2500 + (3000 – 2500).[50 – 30]/[80 – 30]= 2700

Q3 correspond à 3N/4 = 3.200/4 = 150, Il appartient à la classe [3000-3500[

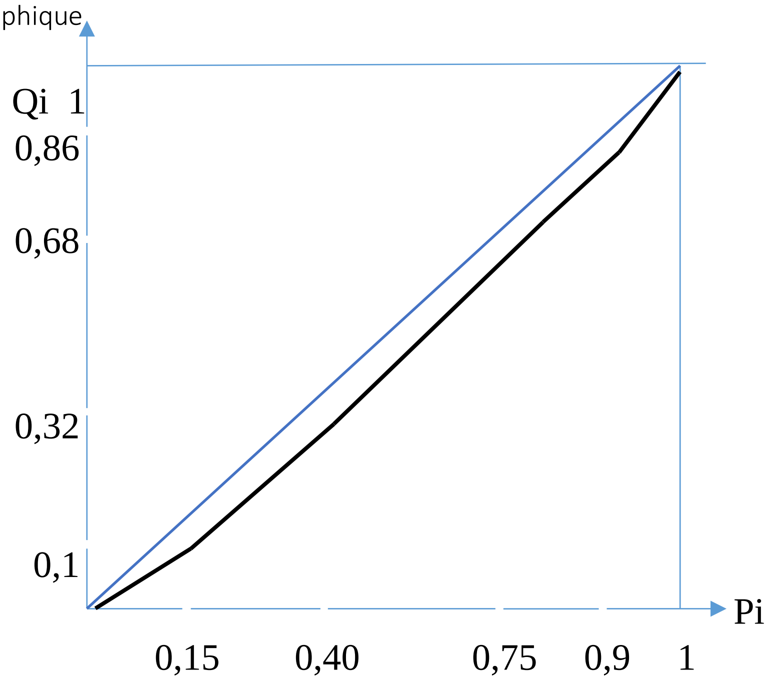
Q1= 3000 + (3500 – 3000).[150 – 80]/[150 – 80]= 3500

L'intervalle qui permet d'éliminer les 25% petites salaires et les 25% grands Salaires est [2700-3500[.

5 – La courbe de Lorentz.

Classes des	ni	%ni	Pi=%n→	nixi	%nixi	Qi=%nixi→
[2000-2500[	30	0,15	0,15	67500	0,1	0,1
[2500-3000[	50	0,25	0,40	137500	0,22	0,32
[3000-3500[	70	0,35	0,75	227500	0,36	0,68
[3500-4000[	30	0,15	0,9	112500	0,18	0,86
[4000-xn[	20	0,1	1	85000	0,14	1
Total	200	1			1	

Graphique



La courbe est proche de la diagonale ce qui signifie que la concentration est faible.

Exercice:

Une entreprise a soulevé pendant douze mois les valeurs relatives à ses ventes et ses dépenses en publicité des produits vendus. Le résultat est présenté dans le tableau suivant : (en milliers de dirhams)

Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ventes	153	159	160	144	151	173	163	156	171	182	166	175
Dépenses	23	23	25	20	27	28	25	27	31	32	29	30

1 – Vérifiez s'il y a une relation entre les ventes et les dépenses de publicité.

2 – Quelle est l'intensité de cette relation ?

3 – Déterminez la droite de régression des ventes par rapport aux dépenses de publicité.

4 – Quel sera le niveau des ventes si les dépenses de publicité sont de 39 000 dirhams ?

Correction :

X : ventes	Y : Dépenses	X^2	Y^2	XY
153	23	23409	529	3519
159	23	25281	529	3657
160	25	25600	625	4000
144	20	20736	400	2880
151	27	22801	729	4077
173	28	29929	784	4844
163	25	26569	625	4075
156	27	24336	729	4212
171	31	29241	961	5301
182	32	33124	1024	5824
166	29	27556	841	4814
175	30	30725	900	5250
1953	320	319207	8676	52453

1 – relation entre les ventes et les dépenses de publicité : calcul de la covariance

Moyennes : $x = 1953/12 = 162,75$, $y = 320/12 = 26,67$

$$Cov(X,Y) = (\sum xiyi/n) - xy = 52453/12 - (1953/12).(320/12)$$
$$= 4371,08 - 162,75.26,67 = 30,5375$$

Il y a un relation positive entre les ventes et les dépenses de publicité.

2 – Mesure de l'intensité de la relation : calcul du coefficient de corrélation :

$r = Cov(XY)/\sigma(x)\sigma(y)$

$\sigma(x) = \sqrt{\sum xi^2/n - xi^2} = \sqrt{(319207/12 - 162,75^2)} = \sqrt{(26600,58 - 26487,5625)}$

$\sigma(x) = \sqrt{113,02} = 10,63$

$\sigma(y) = \sqrt{\sum yi^2/n - yi^2} = \sqrt{(8676/12 - 26,67^2)} = \sqrt{(723 - 711,2889)}$

$\sigma(y) = \sqrt{11,7111} = 3,42$

$$r = (30,5375/.10,63.3,42)$$
$$= 30,5375/36,37 = 0,83$$

le coefficient de corrélation est proche de 1, la relation est forte entre les ventes et les dépenses de publicité.

3 – La droite de régression des ventes par rapport aux dépenses de publicité.

$X = ay + b$

$a = [\sum xiyi - nxy]/[\sum yi^2 - ny^2] = (52453 - 12.\ 162,75.\ 26,67)/(\ 8676 - 12.26,67^2)$

$a = 373/140,5332 = 2,65$

$b = x - ay = 162,75 - 2,65.\ 26,67 = 92,0745$

$x = 2,65y + 92,0745$

4 – Le niveau des ventes pour les dépenses de publicité de 39 000 dirhams :

$y = 39$

$x = 2,65.39 + 92,0745 = 195,4245.$

Exercice :

Le suivi trimestriel des ventes de voitures neuves au Maroc pendant quatre ans a donné les chiffres suivants : (en milliers)

Trimestres / Années	Premier	Deuxième	Troisième	Quatrième
2012	27	29	30	35
2013	29	31	31	36
2014	30	32	33	38
2015	32	33	35	40

1) – Calculer par la méthode des moindres carrés le trend des ventes de voiture.
2) – Corriger la série des ventes de voitures de la variation saisonnière. (Modèle multiplicatif).
3) – Quel sera le volume des ventes de voiture dans le deuxième trimestre de l'année 2016 ?

Correction :

T	Y	yt	t²	^y Trend	y/^y rapport au trend	Coeff. Saison	Y corrigée
1	27	27	1	29,41	0,918	0,92375	29 23
2	29	58	4	29,83	0,972	0,9665	30
3	30	90	9	30,25	0,992	0,98425	30,48
4	35	140	16	30,67	1,141	1,1395	30,72
5	29	145	25	31,09	0,933	0,92375	31,39
6	31	186	36	31,51	0,984	0,9665	32,07
7	31	217	49	31,93	0,971	0,98425	31,49
8	36	288	64	32,35	1,113	1,1395	31,59
9	30	270	81	32,77	0,915	0,92375	32,48
10	32	320	100	33,19	0,964	0,9665	33,11
11	33	363	121	33,61	0,982	0,98425	33,53
12	38	456	144	34,03	1,167	1,1395	33,35
13	32	384	169	34,45	0,929	0,92375	34,64
14	33	462	196	34,87	0,946	0,9665	34,14
15	35	525	225	35,29	0,992	0,98425	35,56
16	40	640	256	35,71	1,12	1,1395	35,71
136	521	4571	1496				

1 – Les moyennes de t et de y : t = ∑t/16 = 136/16= 8,5

Y =∑y/16 = 521/16= 32,56

La détermination du trend par la méthode des moindres carrés : ^y=at+b

a = (∑ty – nty)/(∑t² - nt²) = (4571 – 16.8,5. 32,56)/(1496 – 16.8,5²)

a = (4571 – 4428,16)/(1496 – 1156) = 142,84/340 = 0,42.

b = 32,56 – 0,42. 8,5= 28,99

La droite du trend est : ^y=0,42.t+28,99.

2 – Calcul des coefficients saisonniers :

CS1 = (0,918+0,933+0,915+0,929)/4= 3,695/4 = **0,92375**

CS2 = (0,972+0,984+0,964+0,946)/4= 3,866/4 = **0,9665**

CS3 = (0,992+0,971+0,982+0,992)/4= 3,937/4 = **0,98425**

CS4 = (1,141+1,113+1,167+1,12)/4= 4,558/4 = **1,1395**

3 – Le volume des ventes de voiture dans le deuxième trimestre de l'année 2016.

Le deuxième trimestre de l'année 2016 correspond au rang 18.

La valeur du trend pour le rang 18 est : ^y18=0,42.18+28,99=36,55

Le coefficient saisonnier du deuxième trimestre est 0,9665.

On a : y/^y=0,9665 ce qui donne : y=0,9665.^y=0,9665.36,55=35,36.

Y18=35,36.

Exercice :

Pour pouvoir évaluer l'évolution des ventes trimestrielles de son produit pendant les trois dernières années, le directeur commercial vous a communiqué les informations suivantes (en millions de dirhams):

Trimestres / Années	Premier	Deuxième	Troisième	Quatrième
1	100	110	150	120
2	110	120	160	130
3	120	130	180	140

1) – Déterminer par la méthode des moindres carrés la tendance de base de cette série (Trend).
2) – Sachant que la série peut être représentée par un modèle additif, corriger les données de la composante saisonnière.
3) – Déterminer quel sera le montant des ventes dans le troisième trimestre de l'année 4?

Correction :

Correction de la série :

t	y	t²	ty	Trend ^y	Rapports au Trend y - ^y	Coeff. Saisonniers CS	y corrigée y – CS
1	100	1	100	111,03	-11,03	-15,43	115,43
2	110	4	220	114,63	-4,63	-9,03	119,03
3	150	9	450	118,23	31,77	30,7	119,3
4	120	16	480	121,83	-1,83	-6,23	126,23
5	110	25	550	125,43	-15,43	-15,43	125,43
6	120	36	720	129,03	-9,03	-9,03	229,03
7	160	49	1120	132,63	27,37	30,7	132,63
8	130	64	1040	136,23	-6,23	-6,23	136,23
9	120	81	1080	139,83	-19,83	-15,43	139,83
10	130	100	1300	143,43	-13,43	-9,03	143,43
11	180	121	1980	147,03	32,97	30,7	147,03
12	140	144	1680	150,63	-10,63	-6,23	150,63
78	1570	650	10720				

Calcul des coefficients saisonniers :

CS1= (-11,03-15,43-19,83)/3 = -15,43

CS2= (-4,63-9,03-13,43)/3 = -9,03

CS3= (31,77+27,37+32,97)/3 = 30,7

CS4= (-1,83-6,23-10,63)/3 = -6,23

Détermination du Trend par la méthode des moindres carrés :

Moyenne de t = 78/12 = 6,5

Moyenne de y = 1570/12 = 130,83

$a = (\sum ty - nty)/(\sum t^2 - nt^2)$

$$a = \frac{10720 - 12.\ 6{,}5.\ 130{,}83}{650 - 12.6{,}5^2}$$

$$a = \frac{10720 - 10204{,}74}{650 - 507} = \frac{515{,}26}{143} = 3{,}6$$

b = 130,83 – 3,6.6,5 = 161,43

Trend ^y = 3,6t + 161,43

3 – Le troisième trimestre de l'année 4 correspond à t = 15.

^y = 3,6.15 + 161,43 = 161,43

y - ^y = 30,7

→ y = 161,43 – 30,7 = 130,73.

Exercice:

Le coefficient de corrélation entre deux variables statistiques X et Y est égal à 0,80.Les moyennes respectives des deux variables sont égales à 20 et 40 et les écart-types respectifs sont égaux à 3 et 4.

Déterminer les équations de régression de Y en X et de X en Y.

Correction :

On a le coefficient de corrélation $r = 0{,}80$,

les moyennes : $x = 20$ et $y = 40$

les écart-types : $\sigma(x) = 3$ et $\sigma(y) = 4$.

On détermine les équations de régression de Y en X et de X en Y.

L'équation de régression de Yen X :

Le coefficient directeur a est égale à $a = Cov(XY)/V(X)$

On sait que $r = Cov(XY)/\ \sigma(x).\sigma(y)$,

Ce qui donne, $Cov(XY) = r.\ \sigma(x).\sigma(y)$

$a = Cov(XY)/V(X) = (r.\ \sigma(x).\sigma(y))/V(X) = (0{,}80.3.4)/3^2 = 9{,}6/9 = 1{,}067$

$b = y - ax = 40 - 1{,}067.\ 20 = 18{,}66$

la droite de régression de Yen X sera : $y = 1{,}067x + 18{,}66$

L'équation de régression de X en Y:

$a' = Cov(XY)/V(Y) = (r.\ \sigma(x).\sigma(y))/V(Y) = (0{,}80.3.4)/4^2 = 0{,}6$

$b' = 20 - 0{,}6.40 = -4$

la droite de régression de X en Y sera : $x = 0{,}6y - 4$

Exercice

Le suivi de l'évolution des dépenses trimestrielles d'une famille pendant trois ans a donné les résultats suivants : (en centaines de dirhams)

Trimestres	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
2016	120	127	144	125
2017	124	130	150	127
2018	128	133	152	128

1) – Calculer par la méthode des moindres carrés le trend des dépenses.
2) – On suppose que le modèle soit additif, effectuez une correction des dépenses des variations saisonnières.
3) – Déterminez quel sera le montant des dépenses dans le troisième trimestre de l'année 2019.

Correction

t	y	t^2	yt	^y	y - ^y	Coeff. Saison C.S	y corrigée
1	120	1	120	127,08	-7,08	-6,84	126,84
2	127	4	254	128,02	-1,02	-1,78	128,78
3	144	9	432	128,96	15,04	15,95	128,05
4	125	16	500	129,9	-4,9	-8,33	133,33
5	124	25	620	130,84	-6,84		130,84
6	130	36	780	131,78	-1,78		131,78
7	150	49	1050	132,72	17,28		132,72
8	127	64	1016	133,66	-6,66		133,66
9	128	81	1152	134,6	-6,6		134,6
10	133	100	1330	135,54	-2,54		135,54
11	152	121	1672	136,48	15,52		137,48
12	127	144	1524	137,42	-13,42		140,42
2017	1587	650	10450				

1 – Les moyennes de t et de y : $t = \sum t/12 = 78/12 = 6{,}5$

$Y = \sum y/12 = 1587/12 = 132{,}25$

La détermination du trend par la méthode des moindres carrés : $\hat{y} = at+b$

$a = (\sum ty - n\bar{t}\bar{y})/(\sum t^2 - n\bar{t}^2)$

$a = (10450 - 12.6,5.132,25)/(650 - 12.6,5^2)$

$a = (10450 - 10315,5)/(650 - 507)= 134,5/143 = 0,94.$

$b = 132,25 - 0,94.\ 6,5= 126,14$

La droite du trend est : $\hat{y}=0,94.t + 126,14$.

Calcul des coefficients saisonniers :

CS1 = (-7,08 + (-6,84) + (-6,6))/3 = **- 6,84**

CS2 = (-1,02 + (-1,78) + (-2,54))/3 = **-1,78**

CS3 = (15,04 + 17,28 + 15,52)/3= **15,95**

CS4 = (-4,9 + (-6,66) + (-13,42))/3= **- 8,33**

3 – Le montant des dépenses dans le troisième trimestre de l'année 2019 :

Le troisième trimestre de l'année 2019 correspond au rang 15.

La valeur estimée par le Trend pour t = 15 est :

$$\hat{y} = 0,94.15 + 126,14 = 140,24$$

Le coefficient saisonnier du troisième trimestre est 15,95.

On a : $y - \hat{y} = 15,95$ ce qui donne : $y = 140,24 + 15,95$.

Y15 = 156,19.